

IZRAVNAVA OPAZOVANJ V OSNOVNI GRAVIMETRIČNI MREŽI REPUBLIKE SLOVENIJE

ADJUSTMENT OF GRAVIMETRIC NETWORK OF SLOVENIA

Klemen Medved, Miran Kuhar, Bojan Stopar, Božo Koler

UDK: 528.026:528.2

POVZETEK

V prispevku je predstavljen postopek izračuna vrednosti težnega pospeška na točkah nove osnovne gravimetrične mreže Slovenije. Gravimetrična opazovanja so bila opravljena leta 2006 z dvema relativnima gravimetroma Scintrex CG-3M. Prikazani so postopki, ki so bili uporabljeni pri obdelavi merskih vrednosti. Sama izravnava opazovanj v gravimetrični mreži je bila izvedena v dveh fazah. V prvi fazi so opazovanja v mreži 0. reda izravnana po načelu proste mreže, v drugi fazi je bila opravljena klasična izravnava v mreži 1. reda. Podane so končne vrednosti težnih pospeškov na točkah gravimetrične mreže. Izvedena je tudi analiza rezultatov glede na stari potsdamski sistem, v katerem so bili opravljene vsi predhodni izračuni gravimetričnih meritev v Sloveniji. Na podlagi teh analiz je določena enačba za transformacijo težnih pospeškov med potsdamskim sistemom in sistemom IGSN71 (International Gravity Standardization Network 1971). Nova osnovna gravimetrična mreža Slovenije je kakovostna podlaga za vse nadaljnje potrebe, ki so povezane s poznavanjem težnega pospeška na območju Slovenije.

KLJUČNE BESEDE

izravnava, osnovna gravimetrična mreža, relativne gravimetrične meritve, gravimeter, težni pospešek, IGSN71

Klasifikacija prispevka po COBISS-u: 1.01

ABSTRACT

The paper presents the determination of gravity values on stations of the new gravity network of Slovenia. The measurements were performed in autumn 2006. The procedures comprise the computation of reductions of gravity observations and several phases of adjustment. In the first step the zero order gravity network was adjusted with subsequent adjustment of the complete gravity network, where absolute points were held as fixed points. The adjusted gravity values on some points were compared to gravity values referring to Potsdam Gravity System and transformation equation was determined (Potsdam into IGSN71). It could be stated that the new Slovenian gravity network provides a solid basis for all further gravimetric surveys in Slovenia.

KEY WORDS

adjustment, gravity network, relative gravity measurements, gravimeter, gravity, IGSN71

1 UVOD

Ena od pomembnejših nalog pri uveljavljanju novega višinskega sistema je vzpostavitev novega gravimetričnega referenčnega sistema. Mednarodni referenčni sistem IGSN 71 (International Gravity Standardization Network 1971) se v Sloveniji izvaja z novo osnovno gravimetrično mrežo Slovenije. Ta je nadomestila staro jugoslovansko temeljno gravimetrično mrežo, ki je bila izmerjena pred več kot štirimi desetletji in ne ustreza več sodobnim potrebam.

Novo osnovno gravimetrično mrežo Slovenije smo vzpostavili na podlagi gravimetrične mreže 0. reda in projekta nove gravimetrične mreže 1. reda Republike Slovenije (Koler et al., 2006). Gravimetrično mrežo 0. reda sestavlja šest absolutnih gravimetričnih točk, na katerih so bile absolutne vrednosti težnega pospeška določene na podlagi absolutnih gravimetričnih opazovanj, opravljenih med letoma 1995 in 2000. Gravimetrično mrežo 1. reda pa predstavlja 29 točk, ki so povezane z mrežo 0. reda z relativnimi gravimetričnimi meritvami. Relativne gravimetrične meritve so bile izvedene jeseni 2006 z dvema relativnima gravimetroma Scintrex CG-3M.

2 GRAVIMETRIČNA MREŽA 0. REDA REPUBLIKE SLOVENIJE

Z absolutnimi meritvami težnega pospeška na določenih točkah pridobimo vrednosti težnega pospeška, ki jih uporabimo za opredelitev gravimetričnega datuma. Te točke so podlaga za vzpostavitev drugih gravimetričnih mrež, ki pa temeljijo na relativnih gravimetričnih meritvah. Gravimetrični datum Republike Slovenije tako predstavlja šest absolutnih gravimetričnih točk, enakomerno razporejenih po območju Slovenije: AGT 100 – Bogenšperk, AGT 200 – Gotenica, AGT 300 – Sevnica, AGT 400 – Sv. Areh na Pohorju, AGT 500 – Socerb, AGT 600 – Kluže. Te točke so povezane v gravimetrično mrežo 0. reda, vrednosti težnega pospeška pa se nanašajo na mednarodni gravimetrični referenčni sistem IGSN71.

Vse merjene vrednosti težnega pospeška na absolutnih gravimetričnih točkah se nanašajo na referenčno višino gravimetra h_i (Cerutti et al., 1996, Richter et al., 1997, Mäkinen, 1999), zato je treba vrednosti težnega pospeška reducirati na nivo stabilizirane gravimetrične točke (glej enačbo 4). Za redukcijo na nivo točke je treba poznati vrednost vertikalnega gradienta težnega pospeška na točki, ki ga določimo z meritvami z relativnim gravimetrom (Hećimović in Markovinović, 2003). Zato smo na vseh šestih absolutnih točkah izvedli meritve in izračunali vertikalne gradiente.

Merjene in reducirane vrednosti težnega pospeška na vseh absolutnih točkah v Sloveniji so prikazane v preglednici 1. Na točki AGT 100 – Bogenšperk in točki AGT 200 – Gotenica, kjer smo izvedli več meritev, smo izračunali sredino.

Točka	Instrument	Datum izmere	$g_M(t)$ [10 ⁸ ms ⁻²]	h_i [mm]	Datum izmere grad.	$\left(\frac{\delta g}{\delta H}\right)_P$ [10 ⁸ ms ⁻²]	Δg_i [10 ⁸ ms ⁻²]	$g_0(t)$ [10 ⁸ ms ⁻²]
AGT 100	IMGC	jul. 96	980593302,4	860	povp.	-290,0	-249,4	980593551,8
	FG5-101	maj 96	980593152,7	1303	maj. 96	-284,5	-370,8	980593523,5
	JILAg-5	dec. 98	980593286,8	840	dec. 98	-294,7	-247,5	980593534,3
	JILAg-6	maj 00	980593297,6	835	maj. 00	-290,7	-242,7	980593540,3 980593537,5
AGT 200	IMGC	jul. 96	980506654,5	867	jul. 96	-205,8	-178,4	980506833,4
	JILAg-5	dec. 98	980506653,4	834	jul. 96	-205,8	-171,6	980506825,5 980506829,5
AGT 300	IMGC	jul. 96	980640722,2	899	mar.06	-394,1	-354,3	980641076,5
AGT 400	IMGC	jul. 96	980483435,2	860	dec.07	-381,0	-327,7	980483762,9
AGT 500	IMGC	jul. 96	980558270,3	895	dec.07	-340,5	-304,7	980558575,1
AGT 600	IMGC	jul. 96	980545634,2	881	mar.06	-241,0	-212,3	980545846,5

Preglednica 1: Reduciranje merjenega težnega pospeška na nivo absolutne gravimetrične točke

3. GRAVIMETRIČNA MREŽA 1. REDA REPUBLIKE SLOVENIJE

3.1 Izvedba relativnih gravimetričnih meritev

V relativno gravimetrično izmero osnovne gravimetrične mreže Slovenije je bilo vključenih šest absolutnih gravimetričnih točk 0. reda in devetindvajset relativnih gravimetričnih točk 1. reda. Vse točke so povezane v sedeminštiridesetih geometrijskih likih. V izmero je bil vključen tudi ekscenter avstrijske absolutne gravimetrične točke (I-212-10, oznaka A-abs na sliki 1) in štiri hrvaške relativne gravimetrične točke (oznaka H-112, H-122, H-120, H-117 na sliki 1). Tako je bila gravimetrična mreža Slovenije navezana na gravimetrične mreže sosednjih držav (Avstrije in Hrvaške). Vse točke in povezave med njimi, ki so bile vključene v gravimetrično izmero, so prikazane na sliki 1.

Pri izmeri gravimetrične mreže 1. reda smo neposredno povezali tudi posamezne absolutne gravimetrične točke (slika 2). Izmerili smo devet neposrednih povezav med točkami. S tem smo dobili možnost za analizo gravimetričnega datuma in kontrolo določitve absolutnih vrednosti težnih pospeškov. Povezave omogočajo tudi analizo sprememb oziroma možnost primerjave danih vrednosti z merjenimi vrednostmi težnega pospeška.



Slika 1: Gravimetrične točke, vključene v izmero osnovne gravimetrične mreže Republike Slovenije

Relativne gravimetrične meritve smo izvedli med 5. septembrom in 9. novembrom 2006. Prvi in zadnji delovni dan sta bila namenjena meritvam za potrebe kalibracije gravimetrov. Meritve smo izvajali z dvema relativnima gravimetroma tipa Scintrex CG-3M (prvi oznaka SGU1¹ in drugi oznaka HGI1²). Tako smo dobili neodvisne merjene količine in možnost medsebojne kontrole rezultatov gravimetrične izmere. Tako dobljene izmerjene vrednosti nam zagotavljajo ustrezno kakovost in zanesljivost gravimetrične mreže (Torge, 1989). Scintrex CG-3M je avtomatski relativni gravimeter, ki deluje v razponu $8000 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, z ločljivostjo čitanja $1 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ ($1 \mu\text{Gal}$) in standardnim odklonom manj kot $5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ (Scintrex Limited, 1995). S samodejnim postopkom merjenja se eliminira pogrešek ocene operaterja, rezultati meritev pa se shranijo v pomnilniški enoti gravimetra.

Gravimetrične meritve smo izvajali z obema instrumentoma, ki sta bila postavljena na gravimetrično točko, hkrati. Zaradi tresljajev ob prevozu in prenosu instrumenta smo izmero pričeli po desetminutnem umirjanju merilnega sistema instrumenta. Na vsaki točki smo opravili pet šestdesetsekundnih serij meritev. Ko smo meritve izvajali v sončnem in vročem vremenu, smo instrumenta zaščitili s senčnikom. Z meteorološko postajo Thommen AG, Type HM 30 smo izmerili tudi temperaturo zraka in zračni tlak.

Kot metode izmere smo uporabili metodo zvezde, zapiranja gravimetričnih likov in profila. Vsaka stranica gravimetričnega lika je bila v izmero vključena vsaj dvakrat. Če je bilo le mogoče, smo gravimetrične like mreže zapirali dnevno.



Slika 2: Povezave med absolutnimi gravimetričnimi točkami.

3.2 Kalibracija gravimetra

Pred izvedbo meritev v gravimetrični mreži 1. reda in po njej sta bila instrumenta kalibrirana. Kalibracija je bila izvedena za oba instrumenta hkrati, in sicer na hrvaški kalibracijski bazi med točkama Zagreb-Maksimira (oznaka AGT02) in Zagreb-Puntijarka (oznaka AGT03) (Bašić, Markovinović, 2002). Različne vrednosti kalibracijskih faktorjev, dobljenih pred izmero gravimetrične mreže in po njej, se upoštevajo pri končni obdelavi podatkov izmere.

Meritve za potrebe kalibracije so se opravile na obeh točkah gravimetrične baze po vrstnem redu: AGT02 – AGT03 – AGT02. Na vsaki točki je opravljenih deset šestdesetsekundnih serij opazovanj. Izračunan je bil dnevni hod instrumenta, izmerjene vrednosti so bile reducirane za vpliv zračnega tlaka in višine instrumenta. Razlike tako dobljenih popravljenih izmerjenih vrednosti smo primerjali z danimi razlikami težnih pospeškov za točke na kalibracijski bazi. Iz razmerja med njimi je bila določena kalibracijska konstanta (k_A) in končno še nova vrednost kalibracijskega faktorja ($GCALI_A$), ki se je uporabljal med meritvami.

Z drugo kalibracijo dobimo novo vrednost kalibracijskih konstant za oba instrumenta. Pri obdelavi merjenih vrednosti je treba upoštevati tudi vrednosti druge kalibracije. Izračunamo srednjo vrednost kalibracijskih faktorjev, ki bi se teoretično morala uporabljati med meritvami, pri čemer velja:

$$GCALI_{sr} = \frac{GCALI_A + GCALI_B}{2} = \frac{GCALI_A + k_B \cdot GCALI_A}{2} = \left(\frac{1 + k_B}{2} \right) \cdot GCALI_A \quad (1)$$

kjer so: $GCALI_A$ - vrednost kalibracijskega faktorja, ki se je uporabljal med meritvami in je pridobljen s kalibracijo dne 5. 9. 2006, $GCALI_B$ - vrednost kalibracijskega faktorja, pridobljenega s kalibracijo dne 11. 10. 2006, in k_B - vrednost kalibracijske konstante, določene z meritvami dne 11. 10. 2006.

Iz enačbe (1) izpeljemo vrednosti srednjih kalibracijskih konstant za oba instrumenta, ki jih uporabimo v nadaljnjih izračunih in znaša

$$k_{sr} = \frac{1 + k_B}{2} \quad (2)$$

4. OBDELAVA PODATKOV OPAZOVANJ

V okviru obdelave podatkov opazovanj smo izračunali ustrezne popravke in redukcije, ki jih izračunamo za meritve na vsaki točki in za vsak dan opazovanj. Relativni gravimeter Scintrex CG-3M omogoča uporabo nekaterih redukcij v realnem času, in sicer: popravek za nehorizontalnost gravimetra, popravek zaradi spremembe temperature senzorja in redukcijo opazovanj za kalibracijski faktor. Naknadno pa smo upoštevali popravke opazovanj (Torge, 1989): popravek zaradi plimovanja trdne Zemlje, popravek zaradi premikanja Zemljinih polov, redukcijo izmerjene vrednosti težnega pospeška z nivoja senzorja instrumenta na nivo točke oziroma redukcijo za višino instrumenta, popravek zaradi vpliva zračnega tlaka in redukcija opazovanj za dnevni hod instrumenta.

4.1 Popravek zaradi plimovanja trdne Zemlje

Za izračun popravkov plimovanja trde Zemlje smo uporabili Bergerjeve enačbe. Bergerjevi popravki se določijo na podlagi neharmonične metode izračuna plimnega potenciala. Ti popravki se večinoma uporabljajo tudi pri absolutnih meritvah težnega pospeška z FG5 gravimetrom (Micro-g solutions, 1995). Izhajajo iz enačb, ki jih je leta 1969 izpeljal J. Berger (Van Camp, 2003), pozneje pa so jih večkrat izboljšali različni avtorji (J. C. Harrison, J. Levine, K. Young, D. Agnew, G. Sasagawa in J. Gschwind), predvsem z uporabo novejši astronomskih almanahov. Plimni potencial se izračuna glede na koordinate opazovališča v odvisnosti od časa. Pri izračunu se ne upošteva vpliv plimovanja oceanov (Medved, 2008).

4.2 Popravek zaradi premikanja Zemljinih polov

Popravek vpliva premikanja pola kompenzira dolgoročne vplive zaradi spremembe trenutnega položaja pola glede na srednji pol CIO (Conventional International Origin) (Torge, 2001):

$$\Delta g_{pol}(t) = -1,164 \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \sin 2\varphi \cdot (x(t) \cdot \cos \lambda - y(t) \cdot \sin \lambda), [\text{ms}^{-2}] \quad (3)$$

kjer so: ω - kotna hitrost Zemlje [rads^{-1}], R - radij Zemlje [m], φ , λ - geografski koordinati opazovališča, $x(t)$, $y(t)$ - koordinati trenutnega položaja pola glede na CIO² [rad].

²Podatki so dostopni v elektronskem biltenu International Earth Rotation Service (IERS) oziroma na <http://hpiers.obspm.fr/eoppc/bul/bulb/>

4.3 Redukcija za višino instrumenta

Redukcijo odčitka instrumenta na nivo točke izračunamo z enačbo:

$$g_0(t) = g_M(t) + \Delta g_i = g_M(t) + \left(\frac{\partial g}{\partial H} \right)_P \cdot h_i, [10^{-8} \text{ ms}^{-2}] \quad (4)$$

kjer so: $g_M(t)$ - odčitek gravimetra v trenutku t [10^{-8} ms^{-2}], $\left(\frac{\partial g}{\partial H} \right)_P$ - vertikalni gradient težnega pospeška v opazovališču P [$10^{-8} \text{ ms}^{-2}/\text{m}$] in h_i - izmerjena višina instrumenta [m]. Dejanski vertikalni gradient težnega pospeška poznamo samo na točkah, kjer je neposredno določen z meritvami (absolutne gravimetrične točke 0. reda). Na točkah, kjer ni določen, se uporabi vertikalni gradient normalnega težnega pospeška, ki znaša: $308,6 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}/\text{m}$ (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005).

4.4 Popravek zaradi vpliva zračnega tlaka

Sprememba zračnega tlaka povzroči spremembo mase zračnega stolpa nad gravimetrično točko v času izmere. Vpliv zračnega tlaka na spremembo težnega pospeška v μGal se računa glede na tlak normalne atmosfere DIN 5450 po enačbi, ki jo priporoča Mednarodna zveza za geodezijo - IAG (International Association of Geodesy) (Schüler, 2000):

$$\Delta g_p = 0,30 \cdot (p - p_n) [10^{-8} \text{ ms}^{-2}] \quad (5)$$

$$p_n = 1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065 \cdot H}{288,15} \right)^{5,2559}, \quad (6)$$

kjer so: p - merjeni zračni tlak na stojšču [hPa], p_n - izračunani normalni zračni tlak na stojšču [hPa] in H - nadmorska višina gravimetrične točke [m].

4.5 Izračun in redukcija opazovanj za dnevni hod instrumenta

Vplivi na elastičnost in dolžino vzmeti, kot so spreminjanje temperature in tlaka v notranjosti instrumenta, staranje vzmeti in razni tresljaji, povzročajo, da gravimeter sčasoma spremeni izmerjeno vrednost pri nespremenjenih razmerah med izmero. Ta pojav imenujemo hod (angleško *drift*) instrumenta; določimo ga z izračunom polinoma čim nižje stopnje, ki se najbolje prilega določenim vrednostim hoda na posameznih točkah. Iz polinoma lahko računamo popravek hoda $\Delta g_H(t)$ v času t po enačbi (Torge, 1989):

$$\Delta g_H(t) = d_1 \cdot (t - t_0) + d_2 \cdot (t - t_0)^2 + d_3 \cdot (t - t_0)^3 \dots [10^{-8} \text{ ms}^{-2}] \quad (7)$$

pri čemer so: t_0 - referenčni (začetni) čas merjenja v urah in d_1, d_2, d_3, \dots koeficienti polinoma.

Naše izkušnje iz leta 2005, ko smo izvajali testne meritve (Koler et al., 2006), in izkušnje drugih uporabnikov gravimetrov Scintrex kažejo, da linearna funkcija hoda večinoma zadošča. Iz reduciranih posameznih meritev smo izračunali sredino oziroma povprečno vrednost vseh petih nizov meritev na posamezni točki. Izračunane srednje vrednosti časa meritev in težnega

pospeška nam služijo za izračun funkcije hoda. Iz enačbe 7 izračunamo polinom 1. stopnje oziroma linearno funkcijo hoda. Velja:

$$\Delta g_H(t) = k_1 \cdot (t - t_0) [10^{-8} \text{ ms}^{-2}] \quad (8)$$

kjer so: $\Delta g_H(t)$ - popravek hoda v določenem trenutku t , t_0 - referenčni (začetni) čas merjenja v urah in k_1 - koeficient linearne funkcije.

5. IZRAVNAVA OPAZOVANJ V GRAVIMETRIČNI MREŽI

Obstajata dve različici izravnave opazovanj v gravimetrični mreži. Pri prvi varianti izvedemo neposredno izravnavo vrednosti meritev gravimetrov, ki smo jih reducirali za vse našete vplive, razen hoda gravimetra. Neznani koeficienti funkcije hoda gravimetra se določajo (ocenjujejo) v postopku izravnave.

Pri drugi varianti obravnavamo razlike merjenih vrednosti težnega pospeška med dvema sosednjima (povezanima) točkama kot opazovanja, pri čemer opazovanja popravimo za dnevni hod gravimetra. Tu gre za posredno izravnavo meritev v enorazsežni geodetski mreži. To (drugo) varianto smo tudi uporabili pri izravnavi osnovne gravimetrične mreže Slovenije. Izhodišče izravnave so enačbe popravkov:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}, \quad (9)$$

kjer so: \mathbf{l} - vektor opazovanj, $\hat{\mathbf{x}}$ - vektor neznank, \mathbf{A} - matrika koeficientov in \mathbf{v} - vektor popravkov opazovanj.

Za opazovanja smo uporabili razlike merjenih vrednosti težnega pospeška med dvema sosednjima točkama, neznanke so vrednosti težnih pospeškov na posameznih točkah. A-posteriori referenčno varianco izračunamo z:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u - d} \quad (10)$$

kjer so: n - št. opazovanj, u - št. neznank in d - defekt datuma mreže.

Sama izravnavna mreže je potekala v dveh korakih, in sicer smo najprej izravnali opazovanja v mreži 0. reda in nato še opazovanja v mreži 1. reda.

5.1 Izravnavna opazovanj v gravimetrični mreži 0. reda

Pri izravnavi gravimetričnih opazovanj je običaj, da se v izravnavi absolutne točke privzamejo kot dane. Znano je, da je po opravljeni stabilizaciji v letu 1995 na točkah AGT 300 - Sevnica in AGT 500 - Kluže prišlo do sprememb v njihovi neposredni okolici. Na obeh točkah so oskrbovalci objektov, v katerih se nahajajo točke, dvignili raven tal. V Sevnici je dodatna plast debela približno 15 cm, v Klužah pa okoli 10 cm. S tem se je dejansko spremenila tudi vrednost težnega pospeška na točki.

Zavedati se moramo tudi desetletnega zamika med absolutnimi meritvami iz leta 1996 in

novimi meritvami, opravljenimi v gravimetrični mreži 1. reda. Zato smo se odločili, da relativne gravimetrične meritve med absolutnimi gravimetričnimi točkami najprej izravnamo kot opazovanja v prosti mreži. Z izravnavo dobljene vrednosti težnih pospeškov na absolutnih gravimetričnih točkah nato uvedemo v izravnavo relativnih gravimetričnih opazovanj v gravimetrični mreži 1. reda. V prosti mreži ocenjene vrednosti težnega pospeška na absolutnih gravimetričnih točkah v nadaljevanju obravnavamo kot t. i. psevdopazovanja. Natančnosti psevdopazovanj pa ne privzamemo iz rezultatov proste mreže, ampak po postopku, ki je opisan v nadaljevanju.

Izravnavo opazovanj v gravimetrični mreži 1. reda opravimo z izravnavo opazovanj in psevdopazovanj po metodi najmanjših kvadratov. V matematičnem modelu izravnave sedaj nastopajo opazovanja, to je opazovane vrednosti težnega pospeška med gravimetričnimi točkami, in t. i. psevdopazovanja, to je vrednosti težnega pospeška na gravimetričnih točkah, z ustreznimi podatki o natančnostih oziroma standardnimi odkloni, kakor so bili določeni v izravnavi proste mreže (Vaniček in Krakiwsky, 1986 cit. po Sterle, 2007).

Pri izravnavi opazovanj v mreži 1. reda točk torej uvedemo merjene vrednosti težnih pospeškov vseh absolutnih gravimetričnih točk kot opazovanja. Te vrednosti predstavljajo t. i. psevdopazovanja. Za vsako vrednost težnega pospeška, ki jo obravnavamo kot psevdopazovanje, uvedemo enačbo popravka, ki je oblike:

$$v_{gi} = \delta_{gi} \quad (11)$$

kjer sta: v_{gi} - popravek psevdopazovanja in δ_{gi} - popravek približne vrednosti neznanke (težni pospešek na točki).

Vsem enačbam teh psevdopazovanj priredimo tudi ustrezno a-priori ocenjeno oziroma izbrano natančnost. Velja (Niemeier, 2002):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{v}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}_B \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (12)$$

$$\Sigma_{BB} = \sigma_0^2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{ll} & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_{BB} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

kjer so: Σ_{BB} - variančno-kovariančna matrika psevdopazovanj, $\mathbf{1}_B$ - psevdopazovanja, \mathbf{Q}_{BB} - matrika kofaktorjev psevdopazovanj.

Ker je na točki AGT 100 izvedenih največ absolutnih meritev (štiri), ji pripišemo največjo a-priori natančnosti ($3 \cdot 10^{-8} \text{ms}^{-2}$). Točkam AGT 300 in AGT 600, glede na spremenjeni nivo tlaka, pripišemo najmanjšo natančnost ($8 \cdot 10^{-8} \text{ms}^{-2}$), drugim točkam AGT 200, AGT 400 in AGT 500 pa vmesno vrednost natančnosti ($5 \cdot 10^{-8} \text{ms}^{-2}$). A-priori natančnost opazovanj prevzamemo $15 \cdot 10^{-8} \text{ms}^{-2}$ (a-posteriori ocena vrednosti standardnega odklona izravnave proste mreže 0. reda z obema instrumentoma). Vrednost referenčne variance c^2 izračunamo z enačbo:

$$c^2 = \frac{\sum_1^k \sigma_o^2}{k}, \quad (14)$$

kjer sta: k - število različnih a-priori ocen natančnosti (v tem primeru 4) in σ_0^2 - referenčna varianca a-priori.

Uteži so izračunane po enačbi:

$$p_i = \frac{c^2}{\sigma_i^2} \quad (15)$$

Rezultati izravnave opazovanj v gravimetrični mreži 0. reda so zbrani v preglednici 2.

Iz preglednice 2 vidimo, da so največji popravki merjenih absolutnih vrednosti težnega pospeška na točkah AGT 300 in AGT 600 ($22,7 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$), kjer je bil dodan nov tlak, oziroma na točkah, za kateri smo izbrali najmanjšo a-priori natančnost.

Točka	Merjen g [10^8 ms^{-2}]	Popravki [10^8 ms^{-2}]	Izravnani g [10^8 ms^{-2}]	σ_g [10^8 ms^{-2}]
AGT 100	980593537,5	-3,2	980593534,3	2,6
AGT 200	980506829,5	-9,9	980506819,6	4,0
AGT 300	980641076,5	22,7	980641099,2	5,1
AGT 400	980483762,9	-1,8	980483761,1	4,3
AGT 500	980558575,1	2,9	980558578,0	4,0
AGT 600	980545846,5	22,7	980545869,2	5,6

Preglednica 2: Merjene vrednosti težnega pospeška, popravki, dobljeni z izravnavo, z izravnavo ocenjene vrednosti težnega pospeška in natančnost ocenjenih vrednosti težnega pospeška na absolutnih gravimetričnih točkah

5.2 Izravnava opazovanj v gravimetrični mreži 1. reda

Pred izravnavo gravimetričnih opazovanj v gravimetrični mreži 1. reda določimo datum mreže, ki ga predstavljajo z izravnavo ocenjene vrednosti težnih pospeškov na točkah gravimetrične mreže 0. reda. Prezete vrednosti težnih pospeškov na absolutnih gravimetričnih točkah tako predstavljajo rezultati, pridobljeni z izravnavo v prosti gravimetrični mreži 0. reda.

Opravili smo tudi analizo vplivov različnih utežnih sistemov na rezultate izravnave (uteži, določene na podlagi časa potovanja med točkami, razdalje med točkami, natančnosti posamezne meritve, temperaturne spremembe med meritvami, enake uteži za vse meritve, razlike med instrumentoma...) (Medved, 2008). Analiza je pokazala, da izbira uteži ne vpliva bistveno na končne rezultate izravnave, saj so bile razlike minimalne. Za končno izravnavo smo izbrali model, kjer so uteži vseh opazovanj v gravimetrični mreži enake. Izbira temelji na dejstvu, da so bile vse meritve opravljene z istima instrumentoma, v približno enakih razmerah, postopki izmere so bili vedno enaki, operaterji pa so bili enako izkušeni in usposobljeni.

Za primerjavo natančnosti meritev instrumentov izvedemo izravnavo opazovanj v prosti gravimetrični mreži (brez danih točk). Tako dobimo a-posteriori oceno natančnosti (referenčni standardni odklon) za posamezen instrument. Za instrument SGU1 znaša $\hat{\sigma}_{o(SGU1)} = 7,7 \cdot 10^{-8}$ ms⁻² in za instrument HGI1 je $\hat{\sigma}_{o(HGI1)} = 7,2 \cdot 10^{-8}$ ms⁻². Ocenjena referenčna standardna deviacija rezultatov izravnave v prosti gravimetrični mreži za oba instrumenta skupaj znaša $\hat{\sigma}_{o(SGU1+HGI1)} = 9,5 \cdot 10^{-8}$ ms⁻².

Nato smo opravili še izravnavo gravimetričnih opazovanj, pri kateri smo privzeli vrednosti težnih pospeškov na absolutnih gravimetričnih točkah kot dane. Za vrednosti uteži merjenih razlik težnega pospeška med vsemi točkami gravimetrične mreže smo prevzeli vrednost, enako ena. V izravnavo smo vključili opazovanja med šestintridesetimi točkami, šest absolutnih gravimetričnih točk smo obravnavali kot dane z absolutnimi vrednostmi težnega pospeška, privzetimi iz preglednice 2. V tem primeru sta znašala a-posteriori referenčna standardna odklona samo za instrument SGU1 $\hat{\sigma}_{o(SGU1)} = 10,5 \cdot 10^{-8}$ ms⁻² in za samo instrument HGI1 $\hat{\sigma}_{o(HGI1)} = 9,2 \cdot 10^{-8}$ ms⁻². Pri izravnavi z obema instrumentoma je znašal a-posteriori referenčni standardni odklon $\hat{\sigma}_{o(SGU1+HGI1)} = 10,0 \cdot 10^{-8}$ ms⁻².

Točka	g [10 ⁸ ms ⁻²]	σ [10 ⁸ ms ⁻²]	Točka	g [10 ⁸ ms ⁻²]	σ [10 ⁸ ms ⁻²]
GT 1	980592041,9	3,3	GT 16	980588023,2	4,6
GT 2	980593070,2	3,7	GT 17	980629788,8	4,1
GT 3	980532983,9	3,8	GT 18	980670802,7	4,4
GT 4	980535512,4	3,9	GT 19	980661903,8	5,3
GT 5	980573175,3	3,4	GT 20	980547740,3	4,6
GT 6	980630947,7	4,1	GT 21	980551034,7	4,3
GT 7	980594108,2	3,3	GT 22	980716218,7	5,6
GT 8	980567041,4	5,4	GT 23	980545389,6	4,3
GT 9	980355043,5	5,6	GT 24	980716163,0	6,2
GT 10	980515974,8	4,8	GT 25	980695159,1	4,4
GT 11	980560125,2	4,5	GT 26	980658581,2	3,5
GT 12	980554333,4	3,8	GT 27	980662145,0	4,5
GT 13	980566860,7	4,1	GT 28	980647775,8	3,9
GT 14	980625540,3	3,0	GT 29	980711506,8	6,2
GT 15	980614196,0	4,6	1-212-10	980514966,4	4,7

Preglednica 3: Izravnane vrednosti težnega pospeška na gravimetričnih točkah 1. reda in njihova ocena natančnosti

Končne vrednosti težnega pospeška na relativnih točkah gravimetrične mreže 1. reda smo dobili z izravnavo vseh opazovanj v celotni mreži. Upoštevali smo opazovanja z obema gravimetroma, brez povezav z gravimetričnimi točkami v Republiki Hrvaški. Točko v Avstriji (1-212-10) smo vključili v izravnavo zaradi večje homogenosti mreže na delu mreže, kjer se točka nahaja. Za a-priori standardno deviacijo meritev smo privzeli vrednost $\sigma_0 = 9,5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ (a-posteriori ocena vrednosti standardnega odklona izravnave proste mreže 1. reda z obema instrumentoma). Končne vrednosti težnega pospeška g na relativnih točkah, dobljenih z izravnavo opazovanj v gravimetrični mreži s pripadajočimi standardnimi odkloni σ_g , so podane v preglednici 3. Podatki o težnem pospešku so opredeljeni v gravimetričnem referenčnem sistemu IGSN71.

V preglednici 4 so zbrane generalne vrednosti natančnosti gravimetrične mreže 1. reda. Lahko povzamemo, da je natančnost opravljenih meritev v slovenski osnovni gravimetrični mreži višja od vrednosti $10 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$.

Natančnost	Instrument SGU1 [10^8 ms^{-2}]	Instrument HGI1 [10^8 ms^{-2}]	SGU1 + HGI1 [10^8 ms^{-2}]	Opomba
a-priori			9, 2	Iz razlik dvojnih meritev
σ_0	7,4	7,7		Iz zapiranja likov
a-posteriori	7,7	7,2	9,5	Prosta izravnava
$\hat{\sigma}_0$	10,5	9,2	10,3	Izravnava s fiksnimi danimi točkami

Preglednica 4: A-priori in a-posteriori standardni odkloni meritev v gravimetrični mreži 1. reda Slovenije

6 PRIMERJAVA S POTSDAMSKIM SISTEMOM

Ko so se leta 1967 izvajale meritve na točkah osnovne gravimetrične mreže Jugoslavije, je veljal potsdamski težni sistem. Meritve, ki so prikazane v članku, so bile izvedene v sistemu IGSN71. Če so bile meritve in obdelava v obeh sistemih izvedene korektno, naj bi se med vrednostmi težnega pospeška v obeh sistemih pojavljale konstantne razlike. Morebitne razlike so lahko le posledica napak v izračunih, različnega merskega postopka, natančnosti instrumentarija in morebitnih sprememb težnega polja ali višin točk. V preglednici 5 so podani težni pospeški na točkah, ki so bile vključene v izmero leta 2006 v sistemu IGSN71, težni pospeški na ohranjenih gravimetričnih točkah iz leta 1967 v potsdamskem sistemu ter razlika med njimi. Vrednosti težnih pospeškov iz leta 1967 so prevzete iz topografij gravimetričnih točk.

Vidimo, da je povprečna razlika med sistemoma $15,018 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$. Transformacijo med dvema

Točka	Stara oznaka	g_{IGSN71} [10 ⁵ ms ⁻²]	$g_{Potsdam}$ [10 ⁵ ms ⁻²]	$g_{Potsdam} - g_{IGSN71}$ [10 ⁵ ms ⁻²]
GT 1	1	980592,0445	980607,01	14,9655
GT 2	2	980593,0719	980608,13	15,0581
GT 4	4	980535,5147	980550,70	15,1853
GT 5	348	980573,1785	980588,19	15,0115
GT 6	6	980630,9538	980645,65	14,6962
GT 8	8	980567,0491	980581,89	14,8409
GT 9	9	980355,0518	980370,54	15,4882
GT 10	10	980515,9822	980531,08	15,0978
GT 11	11	980560,1297	980575,16	15,0303
GT 12	12	980554,3356	980569,43	15,0944
GT 15	35	980614,1982	980629,09	14,8918
GT 16	37	980588,025	980602,92	14,8950
GT 19	19	980661,9066	980676,85	14,9434
GT 20	20	980547,7429	980562,84	15,0971
GT 22	44	980716,2192	980730,86	14,6408
GT 23	23	980545,3884	980560,74	15,3516
Povprečna razlika = 15,018 · 10 ⁵ ms ⁻²				

Preglednica 5: Primerjava vrednosti g med IGSN71 in potsdamskim sistemom

gravimetričnima sistemoma lahko enostavno modeliramo z linearno enačbo (Torge, 1989):

$$g_{IGSN71} = g_{Potsdam} + a + b \cdot (g_{Potsdam} - g_0) \quad (16)$$

kjer so: g_0 - poljubna konstantna vrednost težnega pospeška (običajno najmanjša ali srednja vrednost na območju transformacije) [10⁻⁵ ms⁻²], a - (zamik sistema) in b - (sprememba merila) pa sta neznana parametra, ki ju določimo z izravnavo nadštevilnih opazovanj na identičnih točkah v obeh sistemih. S podatki iz preglednice 5 dobimo enačbo za transformacijo med sistemoma za področje Slovenije (v 10⁻⁵ ms⁻² = 1 mGal):

$$g_{IGSN71} = g_{Potsdam} - 15,0180 + 0,0024 \cdot (g_{Potsdam} - 980586,9425) \quad (17)$$

kjer je: 980586,9425 · 10⁻⁵ ms⁻² srednja vrednost težnega pospeška v potsdamskem sistemu za območje transformacije, $a = -15,0180 \pm 0,0293$ in $b = 0,0024 \pm 0,0004$ pa sta izračunana parametra transformacije s pripadajočo oceno natančnosti.

Na podlagi odstopanj na vseh šestnajstih identičnih točkah med vrednostmi težnih pospeškov v sistemu IGSN71 in vrednostmi, dobljenimi s transformacijsko enačbo 17 lahko ocenimo natančnost transformacije. Standardni odklon znaša $0,11 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$. Minimalno odstopanje se pojavi na točki GT23 in znaša $-0,271 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$, maksimalno odstopanje pa je na točki GT8, kjer znaša $0,189 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$.

7 SKLEP

Osnovno gravimetrično mrežo Slovenije tvori petintrideset točk, šest absolutnih točk mreže 0. reda in devetindvajset relativnih točk 1. reda. Določitev vrednosti težnega pospeška na točkah 1. reda smo opravili z gravimetričnimi meritvami, ki smo jih izvedli v dvainštiridesetih delovnih dneh med 11. septembrom 2006 in 9. novembrom 2006. Meritve smo izvajali z dvema relativnima gravimetroma tipa Scintrex CG-3M.

Obdelavo podatkov opazovanj smo opravili z upoštevanjem vseh potrebnih redukcij na izmerjene vrednosti težnega pospeška. Iz tako popravljenih vrednosti težnih pospeškov na posameznih gravimetričnih točkah smo dobili razlike težnih pospeškov med točkami, ki smo jih obravnavali kot opazovanja. Da bi upoštevali vse prostorske in časovne spremembe na absolutnih gravimetričnih točkah, ki so se zgodile od njihove vzpostavitve in izmere, smo najprej izravnali opazovanja med samimi absolutnimi gravimetričnimi točkami. Izravnavo smo najprej opravili v prosti mreži. Tako smo dobili nove vrednosti težnega pospeška na absolutnih gravimetričnih točkah, ki smo jih nato obravnavali kot dane vrednosti v izravnavi opazovanj v celotni gravimetrični mreži Slovenije.

Menimo, da so sama opazovanja opravljena z natančnostjo, ki ustreza potrebam za vzpostavitev gravimetričnih mrež. Na to kažejo referenčni standardni odkloni, dobljeni z izravnavo celotne mreže z upoštevanjem notranjih vezi med neznankami: $\hat{\sigma}_{o(SGU1)} = 7,7 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ za gravimeter SGU1 oziroma $\hat{\sigma}_{o(HGI1)} = 7,2 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ za gravimeter HGI1. Pri izravnavi meritev obeh instrumentov skupaj smo dobili vrednost referenčnega standardnega odklona $\hat{\sigma}_{o(SGU1+HGI1)} = 9,5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$. To je hkrati tudi a-posteriori ocenjena natančnost vseh opravljenih meritev v osnovni gravimetrični mreži Slovenije.

Končne vrednosti težnega pospeška na relativnih gravimetričnih točkah gravimetrične mreže 1. reda Slovenije smo dobili z izravnavo vseh opazovanj v celotni mreži. Natančnost določitve vrednosti težnega pospeška na posameznih točkah se giblje med $3,0 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ in $6,2 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$. Menimo, da je tak rezultat zelo dober, čeprav so bile to prve relativne gravimetrične meritve v Sloveniji po več desetletjih. Najslabša je določitev težnega pospeška na točkah ob robovih gravimetrične mreže, kot na primer GT 8, GT 9, GT 10, GT 19, GT 22, GT 24, GT 29, saj imajo največje ocenjene standardne odklone po izravnavi. Razlog je v relativno majhnemu številu povezav s sosednjimi točkami oziroma večji oddaljenosti od absolutnih gravimetričnih točk. Čeprav sta točki GT 8, GT 9 blizu absolutne gravimetrične točke AGT 600, so večji standardni odkloni rezultat spremenjenih okoliščin na točki AGT 600.

Menimo, da so meritve v osnovni gravimetrični mreži Republike Slovenije opravljene kakovostno in vrednosti težnega pospeška določene z ustrežno natančnostjo. Priporočljivo bi bilo gravimetrična opazovanja v mreži ponoviti po nekaj letih, s čimer bi dobili tudi vpogled v

morebitne časovne spremembe težnega pospeška. Pred tem pa bi bilo vsekakor treba ponovno izvesti absolutne gravimetrične meritve na vseh točkah mreže 0. reda, saj so meritve stare že skoraj 15 let, poleg tega so se nekatere točke tudi fizično spremenile.

Zahvala: Prispevek je nastal kot rezultat znanstveno-raziskovalnega projekta, ki ga je financirala Geodetska uprava Republike Slovenije, in v okviru raziskovalnega programa P2-227 »Geoinformacijska infrastruktura in trajnostni prostorski razvoj Slovenije«, ki ga izvajamo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo Univerze v Ljubljani in ga financira Agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije. Avtorji prispevka se zahvaljujemo za finančno podporo. Zahvaljujemo se tudi Hrvaškemu geodetskemu inštitutu, ki je zagotovil drugi instrument z operaterji.

Literatura in viri

- Bašić, T., Markovinović, D. (2002). *Gravimetrijska mreža i kalibracijska baza republike Hrvatske*. V T. Bašić (ur.), *Zbornik Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu povodom 40. obljetnice samostalnog djelovanja (1962. - 2002.)*, (str. 81–93). Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- Cerutti, G., Desogus, S., Mazzoleni, F. (1996). *Technical report R 427, Absolute measurement of the acceleration due to gravity in Slovenia, December 1996, Istituto di Metrologia G. Colonnetti, Torino: Italy.*
- Hečimović, Ž., Markovinović, D. (2003). *Kalibracija relativnih Scintrex CG-3M gravimetara HGI-1 i HGI-2*. *Geodetski list*, 3: str. 161–166.
- Hofmann-Wellenhof, B., Moritz, H., (2005). *Physical Geodesy*, Wien, New York: Springer.
- Koler, B., Medved, K., Kuhar, M. (2006). *Projekt nove gravimetrične mreže 1. reda Republike Slovenije*. *Geodetski vestnik*, 50, 3: str. 451–460.
- Mäkinen, J. (1999). *Annual Progress and Financial Report 1998 for the UNIGRACE Project*, Masala: Finish Geodetic Institute.
- Medved, K. (2008). *Osnovna gravimetrična mreža Republike Slovenije*. *Magistrska naloga*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo.
- Micro-g Solutions (1995). FG5 Software Manual OLIVIA/RERPLAY Version 2.2, Erie: Colorado.*
- Niemeier, W. (2002). *Ausgleichsrechnung*. Berlin, New York.
- Richter, B.; Wilmes, H.; Falk, R., and Lothhammer, A. (1997). *Absolute gravity measurements in Central and Eastern Europe. Measurement and analysis report, June 1997. Activity Report, Contract N. MF41G T0494 T0585: Amt für Militärisches Gewesen in Euskirchen, Germany and Institute für Angewandte Geodäsie, Frankfurt.*
- Scintrex Limited (1995). CG-3/3M Autograv Automated Gravity Meter. Operation manual: Scintrex Limited, Ontario, Canada.*
- Schüler, T. (2000). *Conducting and Processing Relative Gravity Surveys: University FAF Munich, Institute of Geodesy and Navigation, Germany.*
- Sterle, O. (2007). *Združevanje klasičnih geodetskih in GNSS-opazovanj v geodinamičnih raziskavah*. *Magistrska naloga*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo.
- Torge, W. (1989). *Gravimetry*. Berlin - New York: Walter de Gruyten.
- Torge, W. (2001). *Geodesy*. Berlin - New York: Walter de Gruyten.
- Van Camp, M. (2003). *Efficiency of tidal corrections on absolute gravity measurements, Proceedings of the workshop: IMG-2002 Instrumentation and Metrologia in Gravimetry. Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie, Luxembourg, 22, str. 99–103.*

Prispelo v objavo: 18. maj 2009

Sprejeto: 29. maj 2009

mag. Klemen Medved, univ. dipl. inž. geodezije

Geodetska uprava R Slovenije, Zemljemerska 12, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: klemen.medved@gov.si

doc. dr. Miran Kuhar, univ. dipl. inž. geod.

UL FGG - Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: miran.kuhar@fgg.uni-lj.si

izr. prof. dr. Bojan Stopar, univ. dipl. inž. geod.

UL FGG - Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: bojan.stopar@fgg.uni-lj.si

doc. dr. Božo Koler, univ. dipl. inž. geod.

UL FGG - Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: bozo.koler@fgg.uni-lj.si