

# GEODETSKE IN TEORETIČNE METODE DOLOČANJA POMIKOV S Poudarkom NA Odkrivanju GROBIH POGREŠKOV

GEODETICAL AND THEORETICAL METHODS FOR DETERMINATION OF  
MOVEMENTS WITH AN EMPHASIS ON GROSS ERROR DETECTION

*Boštjan Kovačič*

UDK: 528.1

## POVZETEK

*Na Fakulteti za gradbeništvo v Mariboru se v sodelovanju s podjetjem Geoin d.o.o., Maribor, že dalj časa ukvarjamo z merjenjem in analizo pomikov v različnih konstrukcijah. V članku je predstavljena analiza analitično pridobljenih in izmerjenih vrednosti vertikalnih pomikov. Analitično pridobljene vrednosti so izračunane za posamezno vrednost obremenitve, predpisan in uporabljen gradbeni material (armatura, mikrovlakna), marko betona itn. Z geodetskimi meritvami pa statične izračune preverimo in jih potrdimo. Pri meritvah težimo k nadštevlnim opazovanjem, zato bo v članku poudarek na metodi odkrivanja in eliminacije grobih pogreškov, ki imajo na končne rezultate še poseben vpliv.*

## KLJUČNE BESEDE

*geodezija, analiza rezultatov, grobi pogreški*

Klasifikacija prispevka po COBISS-u: 1.07

## ABSTRACT

*At the Faculty of Civil Engineering, Maribor, and in co-operation with the undertaking Geoin d.o.o., structural loading tests for the analysis of materials have been performed over many years. In this article an analysis of theoretical and measured values of vertical movements is presented. The loading values, material, and concrete properties are calculated for theoretical values. The statically calculated values are confirmed with geodetic methods only. During the measurements, redundancy of observations is requested, therefore in the article the main emphasis is given to the method of detection and elimination of gross errors that have significant influence on the end results.*

## KEY WORDS

*geodesy, results analysis, gross error*

## 1 UVOD

Z merjenjem deformacij in pomikov različnih konstrukcij se na Fakulteti za gradbeništvo, Maribor, ter v sodelovanju s podjetjem Geoin d.o.o., ukvarjamo že dalj časa. Do danes smo izvedli 87 različnih testiranj konstrukcij, predvsem mostov. Pri takšnih preizkusih zaradi različnih vplivov (popuščanje ležajev, temperaturni vplivi na konstrukcijo ...) na terenu teoretično nimamo nadštevlnih merjenj ene in iste količine, nimamo možnosti ponavljanj meritev, nimamo kontrole nad rezultati in nimamo možnosti računanja standardnega odstopanja (Churchward in Sokol, 1981; Kapović, 1993). Prav zaradi tega je treba pomike meriti hitro in natančno, kar je ponavadi najtežje združiti (Kapović in Roić, 1998). Ta spoznanja nas vodijo k temu, da se je za takšne vrste meritev treba dobro pripraviti, določiti potrebno a priori natančnost meritev ter zagotoviti ustrezen instrumentarij.

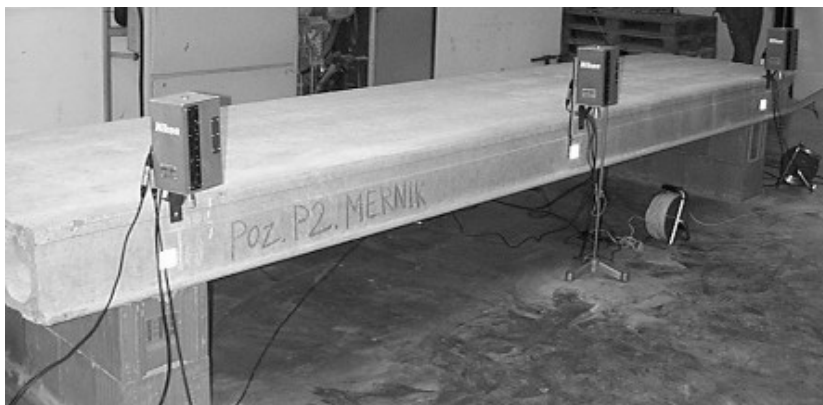
Za testiranje konstrukcij uporabljamo različne fizikalne metode in instrumente (tenzometri,

klinometri, induktivni merilniki), za interpretacijo obnašanja objekta pa so uporabnejši podatki, dobljeni z geodetskimi metodami. Ni redko, da te podatke uporabimo tudi za preveritev novih projektnih in tehnoloških rešitev.

V ta namen smo v laboratoriju izvedli testno meritev pomikov na armiranobetonski plošči. Iz dobljenih rezultatov meritev smo določili natančnost meritev posameznih uporabljenih instrumentov. Predvidene – teoretične vrednosti pomikov smo dobili s pomočjo statičnega in numeričnega izračuna, medtem ko smo stvarne pomike izmerili s pomočjo elektronskega tahimetra, preciznega nivelirja z dodanim mikrometrom, laserskega rotacijskega nivelirja in induktivnega merilnika. Na ta način smo dobili niz rezultatov, v katerih je bilo treba odkriti in odstraniti grobo pogrešna opazovanja. Ker so meritve potekale ves čas, tj. neprekinjeno 24 ur na dan, med meritvijo ni bilo možno izločiti grob pogrešnih opazovanj.

## 2 STATIČNI IZRAČUN POMIKOV

Teoretične vrednosti pomikov na testni konstrukciji so bile izračunane na statični in numerični način (Kovačič, 2001). Pri statičnem izračunu smo upoštevali evropske predpise za armirani beton – EuroCode2 (EC2), medtem ko smo za numerični izračun uporabili računalniški program Ocean – modul Morje, ki temelji na metodi končnih elementov. Numerična metoda je tudi primerna za vizualne simulacije pomikov (Bathe, 1990; Zienkiewicz, 1977; Kovačič, Kapović, Premrov, 2002).



Slika 1: Armiranobetonska plošča tipa PVP 5.

V tabeli 1 so podane teoretične (pričakovane) vrednosti vertikalnih pomikov.

FAZE OBREMNITVE	I.	II.	III.	IV.
POMIK – statični	0,397 mm	0,793 mm	1,189 mm	1,731 mm
POMIK – numerični	0,56 mm	0,88 mm	1,20 mm	1,67 mm

Tabela 1. Teoretične vrednosti vertikalnih pomikov za vsako fazo obremenjevanja.

Iz rezultatov je razvidno, da obstajajo večje razlike med vrednostmi, dobljenimi z navedenima metodama. Rezultati, dobljeni na numerični način s pomočjo programa Ocean, znatno odstopajo v prvi fazi od statičnih vrednosti, kar lahko pripišemo temu, da je bilo pri numerični metodi uporabljeno manjše število končnih elementov. Za nadaljnjo analizo smo uporabili rezultate, dobljene na statični način (EC2).

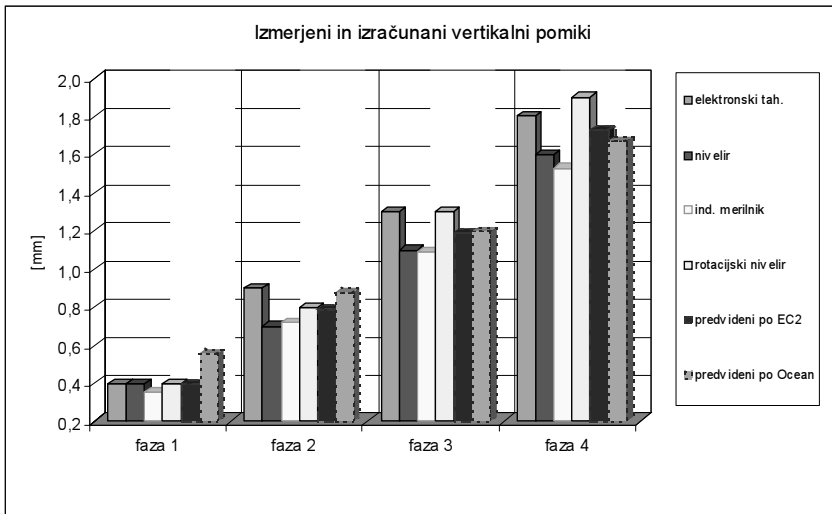
### 3 REZULTATI MERITEV

V vsaki fazi obremenjevanja smo z navedenimi instrumenti izvedli določeno število opazovanj: z elektronskim tahimetrom in nivelirjem 14 čitanj ter z laserskim nivelirjem in induktivnim merilnikom 15 000 čitanj za vsak korak obremenitev. V tabeli 2 so podani dobljeni rezultati.

Tabela 2: Izmerjene in izračunane vrednosti pomikov.

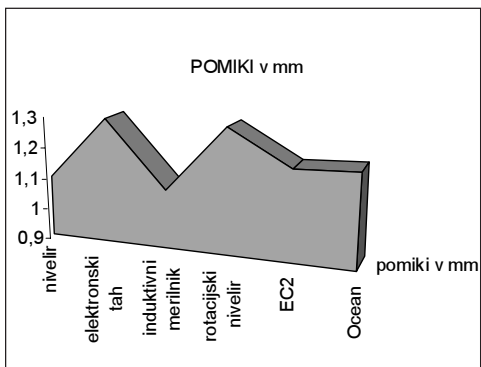
INSTRUMENT	FAZA 1	FAZA 2	FAZA 3	FAZA 4
elektronski tahimeter	0,44 mm	0,86 mm	1,25 mm	1,78 mm
nivelir	0,40 mm	0,78 mm	1,11 mm	1,63 mm
induktivni merilnik	0,357 mm	0,719 mm	1,109 mm	1,535 mm
rotacijski nivelir	0,39 mm	0,77 mm	1,28 mm	1,9 mm
<b>pričakovani (EC2)</b>	<b>0,397 mm</b>	<b>0,793 mm</b>	<b>1,189 mm</b>	<b>1,731 mm</b>

Rezultati so prikazani tudi v grafu 1.

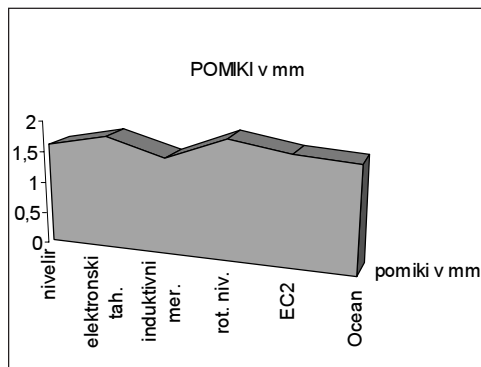


Slika 2. Grafični prikaz dobljenih pomikov.

Na slikah 2 in 3 so prikazani rezultati merjenja vertikalnih pomikov v tretji in četrti fazi meritev - obremenjevanja.



Slika 3: Izmerjeni in teoretični pomiki v tretji fazi obremenjevanja.



Slika 4: Izmerjeni in teoretični pomiki v četrti fazi obremenjevanja.

S pomočjo matematične statistike smo izvedli detajlno analizo dobljenih rezultatov.

#### 4 STATISTIČNA ANALIZA REZULTATOV MERJENJA

Z metodami matematične statistike se preverjajo stohastične (korelativne) odvisnosti med slučajnimi spremenljivkami. V ta namen se koristijo tudi različni grafični prikazi. Na osnovi grafičnih prikazov se proučujejo morebitne (ne)zakonitosti, dobi se približni vpogled v stopnjo spreminjanja spremenljivke ter se sprejemajo različni zaključki glede ustreznosti rezultatov.

##### 4.1 MATEMATIČNI IZRAČUN PRIMERNOSTI REZULTATOV

Dobljene rezultate lahko potrdimo tudi matematično s pomočjo razvoja interpolacijskega polinoma 3. reda. Na osnovi rešitve sistema smo izvedli integralno primerjavo. Kot najboljši rezultat integralne rešitve se smatra tisti, ki zadovoljuje postavljeni izraz (Jamnik, 1995):

$$\int_a^b |T_n(x) - f_n(x)| dx = \min ,$$

kjer je:  $T_n(x)$  - funkcija, dobljena s pomočjo teoretične metode (EC2 in Ocean),

$f_n(x)$  - polinomska ocena 3. reda za posamične instrumente.

Integralna primerjava rezultatov z EC2 nam da minimalno vrednost izraza, ki ga uporabimo v vlogi hipoteze za rotacijski nivelir. Ti rezultati so primerljivi z dobljenimi rezultati primerjave instrumentov (Kovačič, B., Kapović, Z., Premrov, M., 2002).

##### 4.2 UGOTOVITEV PRISOTNOSTI GROBIH POGREŠKOV V REZULTATIH MERITEV

Pred kakršno koli interpretacijo rezultatov meritev moramo v rezultatih kljub pazljivemu in vestnemu izvajanju meritev preveriti:

- ali so prisotni grobi pogreški,
- homogenost meritev.

V praksi je zaželeno, da so merjenja izvedena s podobno natančnostjo. Seveda je treba to trditev tudi dokazati. V ta namen se poslužujemo statističnih testov (F-test, Bartlettov test in Cochranov test), s pomočjo katerih se na osnovi primerjave izračunanih in teoretičnih vrednosti hipoteza potrdi ali pa zavrne:

- nulna hipoteza - variance so enake, homogene - merjenja so podobne natančnosti,
- alternativna hipoteza - variance so različne, merjenja niso homogena - merjenja niso primerljive natančnosti.

V tem delu članka je podrobneje predstavljena metoda odkrivanja eventualnih pogreškov v rezultatih meritev. Grobo pogrešena opazovanja se v splošnem težko odkrijejo, lahko pa jih odkrijemo s pomočjo naštetih metod:

- metoda Baarda's data snooping,
- Popovova metoda data screening,
- danska metoda.

Podrobneje bo razložena metoda Baarda's data snooping (metoda pregleda podatkov opazovanj).

#### 4.2.1 Metoda Baarda's data snooping (metoda pregleda podatkov opazovanj)

Če se odločimo za to metodo (Caspary, 1987), se najprej postavi nulna hipoteza  $H_0$ :

$$H_0 : E(\hat{\sigma}_0^2) = \sigma_0^2,$$

kjer je:

$$\sigma_0^2 \dots \text{a priori varianca,}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 \dots \text{a posteriori varianca,}$$

kar pomeni, da popravki sledijo normalni porazdelitvi z matematičnim upanjem  $E(v) = 0$ . V primeru nekoreliranih opazovanj se testiranje opravi s pomočjo standardiziranih popravkov ( $|W_i|$ ) (Kapović, 1993):

$$|W_i| = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} \quad (1)$$

kjer sta:

$v_i$  - popravek  $i$ -te meritve,

$\sigma_{v_i}$  - standardno odstopanje popravka  $i$ -te meritve.

Predtem se postavi testna statistika:

$$T = \frac{v^T P v}{\sigma_o^2} = \frac{r \hat{\sigma}_o^2}{\sigma_o^2}, \quad (2)$$

kjer so:

$v$  - vektor popravkov meritev,

$P$  - diagonalna matrika uteži,

$\sigma_o^2$  - referenčna varianca a priori,

$r$  - število nadštevilnih opazovanj v modelu,

$\hat{\sigma}_o^2$  - referenčna varianca a posteriori.

Za izbrano stopnjo značilnosti testa ( $\alpha = 0,001$ ) in jakosti testa ( $1 - \beta = 0,80$ ) se iz Baardovega nomograma odčitajo vrednosti:

$\lambda_0$  - mejna vrednost parametra necentralnosti,

in  $\alpha_o$  - kritična vrednost standardizirane normalne porazdelitve.

Za število prostostnih stopenj:

$$f = n - u + d(A),$$

kjer so:

$n$  - število opazovanj,

$u$  - število neznank,

$d(A)$  - defekt mreže,

se odčita  $\alpha$  in  $\chi^2(f)/f$ , ter izračuna

$$\chi^2(f) = f \chi^2(f) / f. \quad (3)$$

Če je  $T < \chi^2(f)$ , se smatra, da v rezultatih ni grobih pogreškov, kar pomeni, da test ne kaže na statistično značilno protislovje med dejansko in teoretično porazdelitvijo opazovanj. V nasprotnem primeru, ko je  $T > \chi^2(f)$ , zavrnamo ničelno hipotezo in sprejmemo alternativno hipotezo, tj. v rezultatih so grobi pogreški, ki jih je treba locirati in opazovanja, katerim pripadajo eliminirati iz nadaljnje uporabe. V ta namen se izračunajo popravki za tisto serijo merjenj, za katero je sprejeta alternativna hipoteza, ter za vsak popravek  $v_i$  izračunamo njegov standardizirani popravek:

$$|W_i| = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma \sqrt{Q_{v_i v_i}}},$$

kjer so:

- $v$  - vektor popravkov merjenja,
- $\sigma$  - standardno odstopanje meritev,
- $Q_{vivi}$  - diagonalni element matrike kofaktorjev popravkov opazovanj, ki pripadajo popravku  $v_i$ .

Tisto opazovanje v seriji, za katero se dobi največja vrednost  $W_p$ , se eliminira. Z ostalimi opazovanji se globalni test ponovi. To se ponavlja, dokler ni  $T < \chi^2(f)$ . Podrobnejši opis postopka je opisan v doktorski disertaciji prof. Kapovića (1993) ter v članku Grigillo in Stopar (2003), zato smatram, da ni potrebna vnovična razlaga postopka.

V nadaljevanju je opravljen test prisotnosti grobih pogreškov po metodi Baarda's data snooping v naših rezultatih.

Za  $\alpha = 0,001$  in  $1 - \beta = 0,80$  je iz Baardovega nomograma (Caspary 1987):

$$\lambda_0 = 17,$$

$$u a_0 = 3.29,$$

za  $f = 12, 13$  ali  $14$  (to so števila opazovanj s posameznimi instrumenti), dobimo

$$\chi^2(f)/f = 1.75, 1.7, 1.6.$$

Na osnovi navedenih podatkov so izračunani pripadajoči  $T_n$ -ji po enačbi (2) za vsako fazo in za vsak instrument. Rezultati so prikazani v tabeli 3.

FAZA I	Instrument	$f$	$T_n$	$<>$	$\chi^2(f)$
	Nivelir	13	13,11	<	22,1
	Elek. tahimeter	12	11	<	21
	Ind. merilnik	14	0,74	<	22,4
	Rotacijski nivelir	14	0,1	<	22,4
<b>FAZA II</b>	Nivelir	14	15	<	22,4
	Elek. tahimeter	12	12,90	<	21
	Ind. merilnik	14	0,06	<	22,4
	Rotacijski nivelir	14	3,27	<	22,4
<b>FAZA III</b>	Nivelir	13	12,86	<	22,1
	Elek. tahimeter	13	13	<	22,1
	Ind. merilnik	14	0,01	<	22,4
	Rotacijski nivelir	14	0,17	<	22,4
<b>FAZA IV</b>	Nivelir	13	12,99	<	22,1
	Elek. tahimeter	12	12,99	<	22,1
	Ind. merilnik	14	6,5	<	22,4
	Rotacijski nivelir	14	1,1	<	22,4

Tabela 3: Rezultati testa prisotnosti grobih pogreškov.

Kakor je razvidno iz rezultatov opazovanj, so vse vrednosti  $T$ -ja manjše od  $\chi^2(f)$ , kar potrjuje, da v rezultatih meritev ni grobih pogrškov.

## 5 ZAKLJUČEK

Teoretične predpostavke, ki smo jih omenili v članku, so bile izvedene v različne praktične namene, predvsem za preizkuse mostov. Iz dobljenih rezultatov se da glede na kriterij prisotnosti grobih pogrškov sklepati, da so vsi uporabljeni instrumenti primerni za tovrstne meritve vertikalnih pomikov. Iz dobljenih rezultatov pridobljenih z orodji matematične statistike se da povzeti, da nam rotacijski nivelir nudi najzanesljivejše rezultate. Prednost rotacijskega nivelirja se kaže predvsem v direktni povezavi z osebnim računalnikom, ki nam meritev krmili in nam sproti prikazuje rezultate v obliki grafa ali tabele. Iz teh se da videti, kdaj se konstrukcija umiri in če so ostale kakšne zaostale deformacije. V praksi pa smo zaznali tudi nekaj njegovih slabosti – zagotovljena mora biti enaka ali vsaj podobna višina senzorjev in nivelirja, kar je problem predvsem pri prednapetih konstrukcijah, napajanje 110 V, kar na terenu ne moremo vedno zagotoviti, debelina laserskega žarka na maksimalni oddaljenosti že presega polje ločljivosti na senzorju.

Predvsem pa je treba poudariti, da se morajo rezultati meritev pred kakršno koli uporabo podrediti različnim statističnim obdelavam, predvsem preveritvi prisotnosti (morebitnih) grobih pogrškov.

## LITERATURA:

*Bathe, K. J. (1990): Finite-Elemente – Methoden, Berlin.*

*Caspar, W. F. (1987). Concepts of network and deformation analysis; monograph 11, School of surveying, the University of new south Wales, Kensington, n.s.w. Australia.*

*Churchward, A., Sokol, Y. (1981). Prediction of Temperatures in concrete Bridges, Journal of the Str. Div., ASCE, Vol. 107, No. ST. 11, Nov 1981, 2163–2167.*

*Grigillo, D., Stopar, B. (2003). Metode odkrivanja grobih pogrškov v geodetskih opazovanjih, Geodetski vestnik, 47/4, 387–403.*

*Jamnik, R. (1995). Verjetnostni račun in statistika Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.*

*Kapovič, Z. (1993). Prilog odredvanju i analizi pomaka i deformacija mostova s posebnim osvrtom na temperaturne utjecaje. Doktorska disertacija Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.*

*Kapovič, Z, Roič, M. (1998). The influence of temperature on the vertical movements of Krk bridge. Paper presentend at the IAG-SC4 Symposium – Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering – Proceedings. Austria, Eisenstadt: 20.–22. april, 1998, 307–312.*

*Kovačič, B, Kapovič, Z., Premrov, M. (2002). Preciznost odredvanja vertikalnih mikropomaka geodetskim i negeodetskim instrumentima, Zagreb: Geodetski list 1/2002, 1–17.*

*Kovačič, B. (2001). Analiza preciznosti različnih metoda za odredvanje vertikalnih mikropomaka objekata. Doktorska disertacija. Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.*

*Zienkiewicz, O. C. (1977). The Finite Element Method. London: McGraw-Hill.*

**doc. dr. Boštjan Kovačič, univ. dipl. inž. geod.**

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, Smetanova 17, 2000 Maribor

E-pošta: bostjan.kovacic@uni-mb.si

Prispelo v objavo: 26. junij 2003